

Anwendungen linearer Gleichungen

Beispiel:

Ein Energievorsorgeunternehmen bietet seinen Kunden zu folgenden Bedingungen Strom an: eine kWh kostet 0,30 € und die monatliche Grundgebühr 10,00 €.

Die Stromrechnung eines Kunden für den Monat April beläuft sich auf 41,50 €.

Berechnen Sie, wie viele kWh bezogen wurden.

Monatliche Kosten in Euro: $K(x) = 0,3 \cdot x + 10$ (x Anzahl der kWh pro Monat)

$$\Rightarrow 41,50 = 0,3 \cdot x + 10 \Rightarrow 0,3x = 31,50 \Rightarrow x = 105$$

Im Monat April wurden 105 kWh verbraucht.

Aufgaben:

- 1 Petra fährt mit dem Fahrrad von Neudorf in das 24 km benachbarte Altweiler. Gleichzeitig mit Petra startet Peter mit dem Mofa in Altweiler in Richtung Neudorf. Petra fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 km/h, Peter mit 25 km/h. Bestimmen Sie, nach welcher Fahrzeit sich die beiden treffen. 
- 2 Kaufmann Kern möchte aus insgesamt 60 kg Walnüssen und Erdnüssen eine Mischung herstellen, die 2,95 € pro kg kosten soll. Die Walnüsse kosten 3,20 € pro kg und die Erdnüsse 2,60 € pro kg. Ermitteln Sie, wie viele Kilogramm er von jeder Sorte nehmen muss. 
- 3.0 Ein Kunde entscheidet sich für einen Mietwagen, der eine Grundgebühr von 55 € pro Tag und 0,10 € pro gefahrenen Kilometer kostet.
- 3.1 Berechnen Sie, wie viel er zahlen muss, wenn er 250 km an einem Tag fährt. 
- 3.2 Bestimmen Sie, welche Strecke der Kunde zurück gelegt hat, wenn er 124 € für einen Tag bezahlen muss. 
- 4.0 Vor Jahren bot eine Telefongesellschaft folgenden Handy-Tarif an:
Monatliche Grundgebühr 12 € und 20 Cent pro Minute telefonieren.
- 4.1 Ermitteln Sie, wie hoch die Rechnung war, wenn ein Kunde 300 Minuten in einem Monat telefoniert. 
- 4.2 Ein Kunde erhält für den Monat Mai eine Rechnung über 245 €. Berechnen Sie, wie viele Minuten der Kunde im Mai telefoniert hat. 

- 5.0 In der Zeit, als es noch keine Telefon-Flatrates gab, konkurrierten zwei Telefongesellschaften mit folgenden Angeboten:
Anbieter 1: Grundpreis 20 € und Kosten pro Einheit 2 Ct
Anbieter 2: Grundpreis 0 € und Kosten pro Einheit 5 Ct.
- 5.1 Bestimmen Sie, wie viele Einheiten ein Kunde im Monat jeweils für 50 € telefonieren kann. 
- 5.2 Ermitteln Sie, bei welcher Zahl von Einheiten beide Tarife gleich teuer sind. 
- 6 Eine Wandergruppe geht mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h. Peter hat verschlafen. Er folgt der Gruppe nach einer Stunde auf dem Fahrrad mit 20 km/h. Berechnen Sie, nach welcher Zeit er die Gruppe eingeholt hat und welche Strecke er bis zum Treffpunkt zurück legt. 
- 7.0 Ein Güterzug verlässt um 12:00 Uhr den Bahnhof einer Provinzstadt mit einer mittleren Geschwindigkeit von 50 km/h. Um 14:30 Uhr folgt ihm auf gleicher Strecke ein Personenzug mit 90 km/h.
- 7.1 Bestimmen Sie, nach wie vielen Kilometern der Personenzug den Güterzug eingeholt hat. 
- 7.2 Um 15:00 Uhr verlässt ein Schnellzug den Bahnhof. Ermitteln Sie, wie schnell er fahren muss, um den Güterzug um 17:00 Uhr einzuholen. 
- 8 Messing ist eine Legierung aus Kupfer und Zink. Bestimmen Sie, wie viele kg Kupfer mit 90 kg Zink eingeschmolzen werden müssen, um eine Messingsorte mit 65 % Kupfer und 35 % Zink zu erhalten. 
- 9 Eine Klasse besteht aus 33 Personen. Kämen noch drei Männer dazu, so wären doppelt so viele Männer wie Frauen in der Klasse. Ermitteln Sie, wie viele Männer und Frauen in der Klasse sind. 
- 10 Onkel Rudi und sein Neffe Norbert sind zusammen 80 Jahre alt. Vor vier Jahren war der Onkel achtmal so alt wie sein Neffe. Berechnen Sie, wie alt jeder von ihnen gegenwärtig ist. 
- 11 Die drei Freunde Daniel, Peter und Sven teilen einen Lottogewinn von 5500 € untereinander. Peter erhält dreimal so viel wie Daniel und Sven 800 € weniger als Peter. Berechnen Sie, welchen Betrag jeder erhält. 

Lösungen

1

x: Fahrzeit bis zum Treffpunkt in Stunden

$$\Rightarrow 15 \cdot x = 24 - 25 \cdot x \quad \Rightarrow 40x = 24 \quad \Rightarrow x = 0,6$$

Sie treffen sich nach 0,6 h, d.h. nach 36 Minuten.

2

x: Menge der Walnüsse in kg

$$\Rightarrow 3,20 \cdot x + 2,60 \cdot (60 - x) = 2,95 \cdot 60$$

$$\Rightarrow 3,20x + 156 - 2,60x = 177 \quad \Rightarrow 0,6x = 21 \quad \Rightarrow x = 35$$

Herr Kern muss 35 kg Walnüsse und 25 kg Erdnüsse mischen.

3.1

x: Anzahl der gefahrenen Kilometer

$$K(x) = 0,10 \cdot x + 55$$

$$\Rightarrow K(250) = 0,10 \cdot 250 + 55 = 80$$

Der Kunde hat 80 Euro zu zahlen

3.2

$$124 = 0,10 \cdot x + 55 \quad \Rightarrow 0,1x = 69 \quad \Rightarrow x = 690$$

Der Kunde hat eine Strecke von 690 km zurück gelegt.

4.1

x: Anzahl Minuten, die der Kunde im Monat telefoniert

$$\Rightarrow K(x) = 0,20 \cdot x + 12$$

$$\Rightarrow K(300) = 0,20 \cdot 300 + 12 = 72$$

Die Rechnung betrug 72 Euro.

4.2

$$245 = 0,20 \cdot x + 12 \quad \Rightarrow 0,2x = 233 \quad \Rightarrow x = 1165$$

Der Kunde hat im Monat Mai 1165 Minuten telefoniert.

5.1

x: Anzahl der Einheiten

Anbieter 1: $K_1(x) = 0,02 \cdot x + 20$

Anbieter 2: $K_2(x) = 0,05 \cdot x$

$$\Rightarrow 50 = 0,02 \cdot x + 20 \quad \Rightarrow 0,02x = 30 \quad \Rightarrow x = 1500$$

$$\Rightarrow 50 = 0,05 \cdot x \quad \Rightarrow x = 1000$$

Der Kunde kann für 50 Euro bei Anbieter 1 1500 Einheiten und bei Anbieter 2 1000 Einheiten telefonieren.

5.2

$$0,02x + 20 = 0,05x \Rightarrow 0,03x = 20 \Rightarrow x = 666\frac{2}{3}$$

Bei etwa 667 Einheiten sind die beiden Tarife gleich.

6

x: Zeit der Wandergruppe bis zum Treffpunkt in Stunden

$$\Rightarrow 5 \cdot x = 20 \cdot (x - 1) \Rightarrow 5x = 20x - 20 \Rightarrow 15x = 20 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

Peter holt die Wandergruppe nach $\frac{1}{3}$ Stunde (20 min) ein.

7.1

x: Zeit, die der Güterzug zurücklegt in Stunden

$$\Rightarrow 50 \cdot x = 90 \cdot (x - 2,5) \Rightarrow 50x = 90x - 225 \Rightarrow 40x = 225 \Rightarrow x = \frac{45}{8}$$

$$\Rightarrow 50 \cdot \frac{45}{8} = 281,25$$

Der Personenzug holt den Güterzug nach 281,25 gefahrenen Kilometern ein.

7.2

$$50 \cdot 5 = 250 \text{ km}$$

Der Schnellzug muss 125 km/h fahren, um den Güterzug um 17:00 Uhr einzuholen.

8

x: Gewicht von Kupfer in Kilogramm

$$\Rightarrow \frac{x}{90} = \frac{65}{35} \Rightarrow x = \frac{1170}{7} \approx 167,14$$

Es müssen 167,14 kg Kupfer mit eingeschmolzen werden.

9

x: Anzahl der Männer in der Klasse

$$\Rightarrow (x + 3) = 2 \cdot (33 - x) \Rightarrow x + 3 = 66 - 2x \Rightarrow 3x = 63 \Rightarrow x = 21$$

In der Klasse gibt es 21 Männer und 12 Frauen.

10

x: Alter von Rudi y: Alter von Norbert $x + y = 80$

$$\Rightarrow (x - 4) = 8 \cdot (y - 4)$$

$$\Rightarrow x - 4 = 8 \cdot (76 - x) \Rightarrow x - 4 = 608 - 8x \Rightarrow 9x = 612 \Rightarrow x = 68$$

Gegenwärtig ist Rudi 68 Jahre und Norbert 12 Jahre alt.

11

x: Betrag, den Daniel erhält

$\Rightarrow$ Peter: $3x$ Sven: $3x - 800$

$\Rightarrow x + 3x + (3x - 800) = 5500 \Rightarrow 7x = 6300 \Rightarrow x = 900$

Daniel erhält 900 €, Peter 2700 € und Sven 1900 €.